



Karakteristik aliran laminar melewati profil persegi berdasarkan komputasi dengan skema *central difference* dan *hybrid difference*

The characteristics of laminar flow pass square profiles based on computation with the central difference and hybrid difference scheme

N. Nurpatria*

Jurusan Teknik Mesin, Fakultas Teknik, Universitas Mataram, Jl. Majapahit No.62 Mataram NTB, 83125, Indonesia. HP. 085937094102

*Email : nurpatria@unram.ac.id

ARTICLE INFO

ABSTRACT

Article History:

Received 11 September 2018

Accepted 2 Desember 2018

Available online 1 January 2019

Keywords:

Central difference scheme

Hybrid difference scheme

Laminar cooling

Rectangular cylinder



The characteristics of two computational schemes, central difference scheme and the hybrid difference scheme, which using identical computing parameters is investigated. The test case employed is isothermal rectangular cylinder laminar cooling to represent two dimensional incompressible transient flow. Simulation results on the first one shows a relatively higher temperature distribution with an energy diffusion contour pattern more intense. Whereas with hybrid difference, temperature are lower in average. Moreover, temperature contour is more stable. Simulation with hybrid difference indicates more converget results based on criterion of flow pattern and accuracy ratio.

Dinamika Teknik Mesin, Vol. 9, No. 1, Januari 2019, p. ISSN: 2088-088X, e. ISSN: 2502-1729

1. PENDAHULUAN

Aliran fluida melewati benda pejal adalah situasi yang biasa ditemui dalam desain keteknikan, misalnya struktur bangunan lepas pantai, batang reaksi reaktor nuklir, alat penukar kalor, tower pendingin instalasi pembangkit, cerobong asap, dan komponen elektronika pada ruang sempit. Aliran tersebut dapat menjadi aliran laminar pada keadaan benda pejal berukuran penampang relatif kecil yang dilewati aliran alamiah fluida seperti udara atau fluida pendingin.

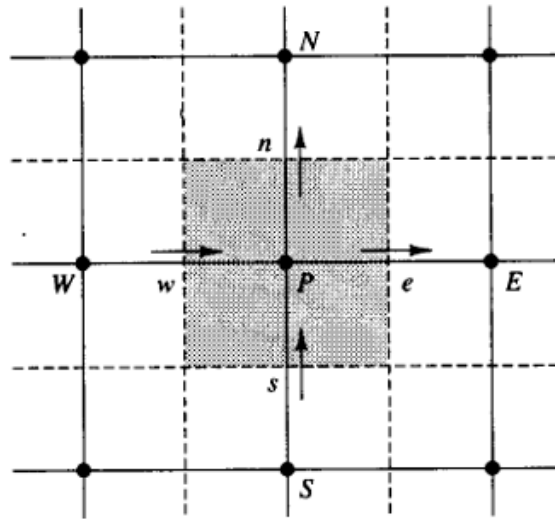
Aliran fluida laminar yang melewati benda pejal di alam umumnya berinteraksi secara tiga dimensi, namun dapat disederhanakan menjadi aliran dua dimensi bila penampang benda tersebut seragam atau berubah secara gradual dalam jarak yang relatif panjang. Pendinginan berbagai komponen elektronika berpenampang bujur sangkar dapat dipandang sebagai benda pejal dua dimensi dengan profil persegi yang dilewati aliran laminar. Kriteria aliran laminar yang dimaksud mengacu kepada nilai parameter tak-berdimensi bilangan Reynolds.

Aliran tersebut dapat dinyatakan dalam model matematika persamaan diferensial Persamaan Konveksi-Difusi, atau *Convection-Diffusion Equation* (CDE). Persamaan CDE dapat disederhanakan sehingga terpenuhi kriteria persamaan aliran dua dimensi (2D). Lebih lanjut, prediksi teoritis

karakteristik aliran tersebut melalui komputasi Persamaan CDE-2D dengan metode diskretisasi Finite Volume Method (FVM). Versteeg dan Malalasekera (2007) memberikan deskripsi detail metode diskretisasi tersebut. Metode FVM itu sendiri dapat diselesaikan dengan berbagai macam skema dengan tingkat kewajaran keluaran hasil komputasi masing-masing skema yang berbeda. Dua diantara skema tersebut adalah Skema *Central Difference Scheme* (CDS) dan Skema *Hybrid Difference Scheme* (HDS). Komputasi dengan dua skema tersebut menggunakan Algoritma SIMPLE (*Semi Implicit Method for Pressure Linked Equation*) untuk memperoleh hasil perhitungan yang konvergen. Prosedur dan penjelasan Algoritma SIMPLE ada dalam Patankar (1980).

Khademinezhad dkk (2015) membuat perbandingan hasil komputasi beberapa skema termasuk skema CDS dan HDS. Simulasi dilakukan pada aliran laminar 2D yang melewati profil persegi dan lingkaran, pada rentang bilangan Reynolds dari 75 sampai 150. Hasilnya diketahui bahwa transisi dimulai pada Re sekitar 100. Ini terjadi pada dua model. Solver komersial dipakai dalam simulasi tersebut.

Kaushik (2016) membandingkan hasil komputasi medan kecepatan beberapa skema termasuk skema CDS dan HDS, pada domain satu dimensi (1D). Hasil simulasi keduanya berbeda tergantung lokasi node, bervariasi antara 3% hingga 36% di domain ternormalisasi (0~0,5). Perbedaan komputasi di node sepanjang domain ternormalisasi antara (0,6~1) menjadi sangat besar hingga mencapai 82%.



Gambar 1. Notasi volume kontrol 2D sebuah sel fluida dalam pernyataan diskretisasi.

Ates dkk. (2017) membandingkan komputasi dengan CDS dan HDS pada domain 2D sistem koordinat silindris. Hasilnya kedua skema cukup akurat pada bilangan Peclet dari -2 sampai 2 . Diluar itu hasil dengan skema CDS menjadi semakin bias, tetapi kesalahan simulasi dengan HDS relatif kecil pada kondisi itu.

Sebuah gedung pencakar langit dimodelkan Jamal dan Azmi (2018) secara 2D dengan profil persegi. Mereka melakukan simulasi transien untuk mengetahui profil kecepatan disekitar profil dengan variasi jumlah mesh. Aliran dimodelkan laminar. Perbedaan mesh memberikan hasil komputasi berbeda, namun hasilnya relatif sama pada beberapa kasus dengan mesh besar. Komputasi dilakukan dengan solver komersial. Hasil numerik simulasi diperoleh dengan jumlah iterasi 100.

Dalam tulisan ini didiskusikan tentang hasil simulasi distribusi temperatur dengan komputasi CDE-2D Transien menggunakan FVM algoritma SIMPLE dengan dua skema berbeda, CDS dan HDS. Domain komputasi digunakan profil persegi dengan medan aliran laminar sebagai representasi dari bentuk simplifikasi proses pendinginan laminar 2D yang terjadi di alam, seperti pembuangan kalor gedung bertingkat pada malam hari. Setting parameter untuk dua kasus komputasi dibuat sama, sehingga perbedaan hasil simulasi hanya disebabkan perbedaan skema komputasi.

Simulasi didasarkan pada persamaan transport transien dari Versteeg dan Malalasekera (2007), dengan pernyataan umum variabel ϕ sebagai representasi semua variabel fisis dalam aliran fluida.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \text{div}(\rho u\phi) = \text{div}(\Gamma \text{grad } \phi) + S_\phi \quad (1)$$

Suku $\partial(\rho\phi)/\partial t$ adalah laju perubahan ϕ dalam elemen fluida secara transien. Variabel ρ adalah densitas. Suku $\text{div}(\rho u\phi)$ adalah laju perubahan ϕ dalam elemen fluida secara konveksi dalam medan kecepatan u . Suku sebelah kanan, $\text{div}(\Gamma \text{grad } \phi)$ adalah laju perubahan ϕ dalam elemen fluida secara difusi, dengan Γ koefisien difusifitas. Suku terakhir S_ϕ , adalah *source term*. Kemudian persamaan 1 didiskretisasi dengan mengacu volume kontrol gambar 1, dengan titik P sebagai titik skalarnya. Titik skalar lain di sekitar titik P adalah W , E , S , dan N (huruf besar). Sedangkan w , e , s , dan n (huruf kecil) mewakili bidang batas volume kontrol masing-masing dalam arah sistem koordinat *cartesian*.

Diskretisasi FVM menjadi persamaan aliran fluida *incompressibel*, dua dimensi, serta bersifat transien (tak stedi) adalah,

$$a_p \phi_p = a_w \phi_w + a_e \phi_e + a_s \phi_s + a_n \phi_n + a_p^0 \phi_p^0 + S_u \quad (2)$$

Koefisien persamaan 2 sesuai tabel 1, tergantung skema diskretisasi yang dipakai, CDS atau HDS. Nilai variabel ϕ secara transien pada tiap $(t+\Delta t)$ adalah besarnya perubahan variabel tersebut setelah waktu Δt dibanding nilai awal pada saat t sebelum perhitungan. Nilai awalnya adalah, ϕ_p^0 , a_p^0 , dan ρ_p^0 . Keterangan detail koefisien persamaan 2 dapat ditemukan di Versteeg dan Malalasekera (2007), serta Ates dkk. (2016). Dalam sistem koordinat *cartesian* yang dipakai, posisi titik terhadap titik lain juga berarti jarak relatifnya, dimana sumbu x dalam arah $W-E$ dan sumbu y pada arah $S-N$.

Tabel 1. Nilai koefisien persamaan 2

	Skema CDS	Skema HDS
a_w	$\left(D_w + \frac{F_w}{2} \right)$	$\max \left[F_w, \left(D_w + \frac{F_w}{2} \right), 0 \right]$
a_e	$\left(D_e - \frac{F_e}{2} \right)$	$\max \left[-F_e, \left(D_e - \frac{F_e}{2} \right), 0 \right]$
a_s	$\left(D_s + \frac{F_s}{2} \right)$	$\max \left[F_s, \left(D_s + \frac{F_s}{2} \right), 0 \right]$
a_n	$\left(D_n - \frac{F_n}{2} \right)$	$\max \left[-F_n, \left(D_n - \frac{F_n}{2} \right), 0 \right]$

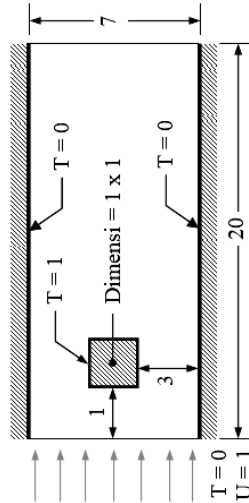
2. METODE PENELITIAN

Proses komputasi dilakukan setelah persamaan 2 terlebih dahulu terkonversi menjadi program komputer dalam bahasa Fortran 77. Nilai koefisien dalam program tersebut juga disesuaikan berdasarkan tabel 1.

2.1 Domain komputasi

Sebagai kasus uji digunakan domain komputasi dua dimensi seperti gambar 2. Ukuran pada gambar 2 bersifat *non dimensional* terskala dengan basis dimensi profil persegi yang posisinya diletakkan ditengah medan aliran. Variabel x dan y adalah pengukuran panjang dan lebar aktual. Panjang dan lebar profil persegi adalah sama, yaitu H . Sehingga dalam pernyataan tak berdimensi, $X = x/H$, dan $Y = y/H$. Panjang dan lebar profil 2D tersebut adalah 1. Ukuran domain adalah 20×7 . Posisi profil persegi dari $X = 1$ sampai $X = 2$, dari $Y = 3$ sampai $Y = 4$. Dinding bawah terletak sejauh 3 unit dari profil pada posisi $Y = 0$. Sedangkan dinding atas terletak sejauh 3 unit dari profil pada posisi $Y =$

7. Domain komputasi tersebut memodelkan aliran pada saluran. Fluida mengalir masuk saluran dari $X = 0$ dan keluar pada $X = 20$. Domain dibagi dalam mesh yang bersifat *structured rectangular grid*.



Gambar 2. Domain komputasi dengan satu profil persegi dalam saluran berpenampang konstan.

2.2 Kondisi awal dan kondisi batas

Selain dimensi, kecepatan searah sumbu x yaitu u , kecepatan searah sumbu y bersimbol v , dan temperatur T^* juga dinyatakan dalam bentuk tak berdimensi.

$$U = \frac{u}{U_{\infty}} \quad (3)$$

$$V = \frac{v}{V_{\infty}} \quad (4)$$

$$T = \frac{T^* - T_{\infty}}{T_H - T_{\infty}} \quad (5)$$

Kecepatan U_{∞} dan V_{∞} adalah komponen kecepatan aliran bebas dalam arah x dan y . Temperatur lingkungan adalah T_{∞} , sedangkan temperatur permukaan profil persegi T_H .

Kondisi awal pada waktu $t = 0$, semua parameter U , V , dan T adalah nol. Sedangkan pada waktu transien $t > 0$, berlaku kondisi batas berbeda di beberapa lokasi batas,

$$X = 0: U = 1, \quad V = 0, \quad T = 0$$

$$X = 20: \frac{dU}{dx} = 0$$

$$Y = 0: U = 0, \quad V = 0, \quad T = 0$$

$$Y = 7: U = 0, \quad V = 0, \quad T = 0$$

Permukaan luar profil persegi di,

$$Y = 3 : 1 < X < 2, \quad Y = 4 : 1 < X < 2$$

$$X = 1 : 3 < Y < 4, \quad X = 2 : 3 < Y < 4$$

$$U = 0, \quad V = 0,$$

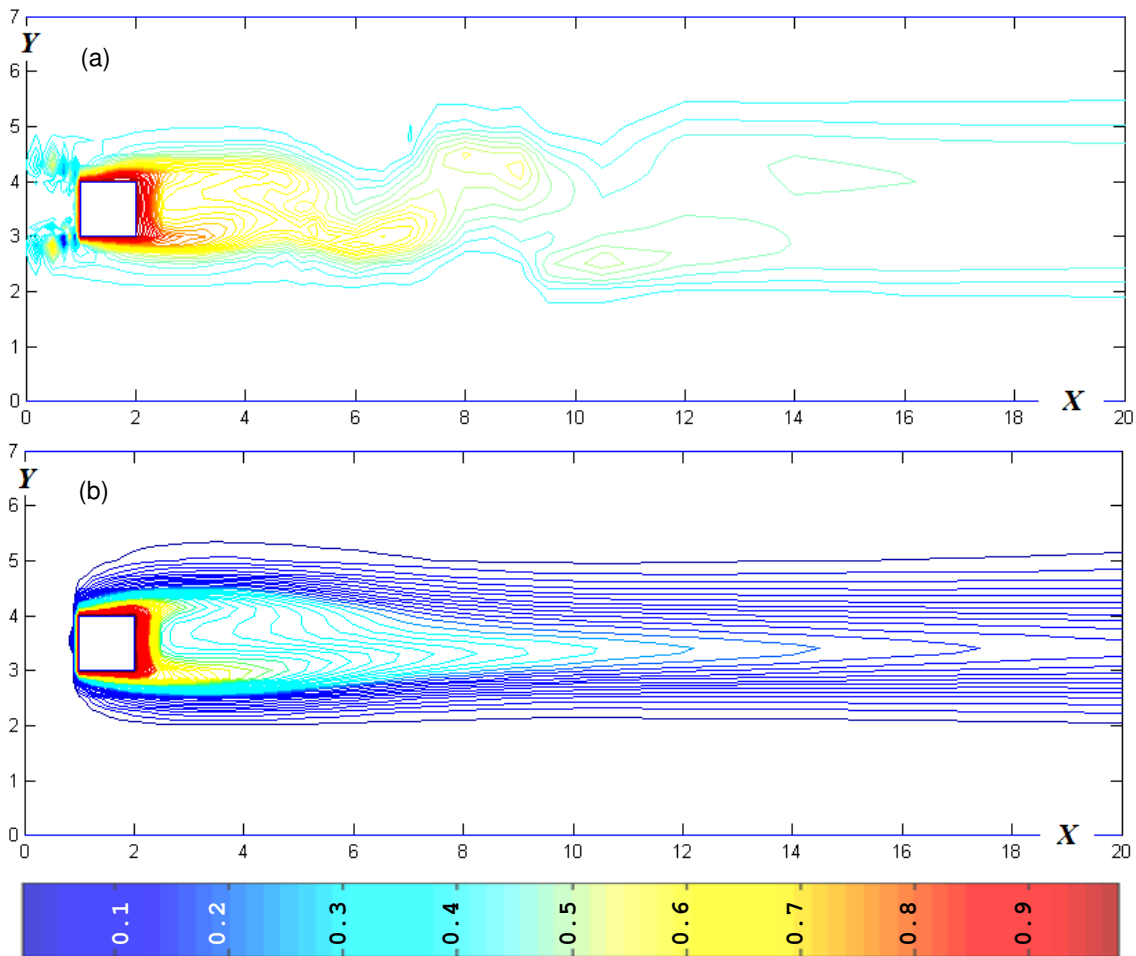
$$T = 1 \text{ (Konstan)}$$

2.3 Pengaturan simulasi

Simulasi dengan skema CDS dan HDS menggunakan parameter simulasi yang sama. Karena itu, hanya faktor perbedaan skema diskretisasi saja yang menyebabkan perbedaan keluaran komputasi. Pengaturan komputasi tersebut adalah,

Domain komputasi : Identik
Jumlah Sel Mesh : 1.444 Sel
Bilangan Reynolds : $Re = 100$
Waktu : 60 detik
Timestep : $\Delta t = 0,1$
Iterasi : 100

Kondisi awal dan kondisi batas dirubah menjadi pernyataan dalam bahasa Fortran 77, sebagai tambahan untuk program induk. Hasil simulasi dipresentasi secara grafis pada gambar 3 sebagai aktifitas terpisah dari program induk. Program visualisasi tersebut ditulis dalam bahasa *software* komersial, Matlab.

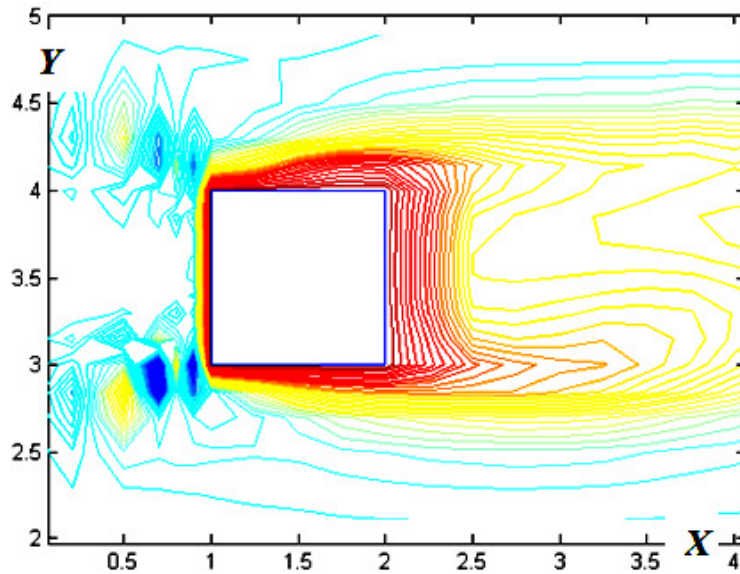


Gambar 3. Distribusi temperatur hasil simulasi dengan (a) Skema CDS, dan (b) Skema HDS

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Data numerik dihasilkan dari proses komputasi berupa distribusi temperatur *non dimensional* dalam medan aliran. Visualisasi dari distribusi temperatur tersebut ditunjukkan pada gambar 3. Visualisasi distribusi hasil komputasi dengan skema CDS adalah gambar 3(a). Sedangkan hasil yang diperoleh dengan skema HDS dilihat di gambar 3(b). Skala warna pada gambar tersebut digunakan sebagai pembandingan untuk mengetahui nilai numerik sebaran data.

Pengaturan domain komputasi seperti pada gambar 3 bersesuaian dengan faktor berpengaruh dalam perletakan dan ukuran domain yang dipakai Khademinezhad dkk (2015), yang salah satunya adalah panjang domain sisi arus ikut di belakang profil. Mereka menggunakan $30H$, sedangkan dalam simulasi ini digunakan $18H$. Dengan panjang $18H$, efek kecepatan keluar sudah dapat diminimalisasi, yaitu dengan mengamati bentuk kontur gambar 3(a) dan 3(b). Dalam kontur tersebut tidak teramati adanya riak pada garis isothermal terluar yang dimulai dari posisi $H = 16$ ke arah *downstream* sampai sisi keluar saluran. Selain itu, setting posisi profil yang relatif jauh dari dinding juga berkontribusi terhadap absennya riak, dan ini adalah indikasi dari efek lapis batas dinding yang tidak mencapai garis kontur isothermal terluar di rentang lokasi itu.



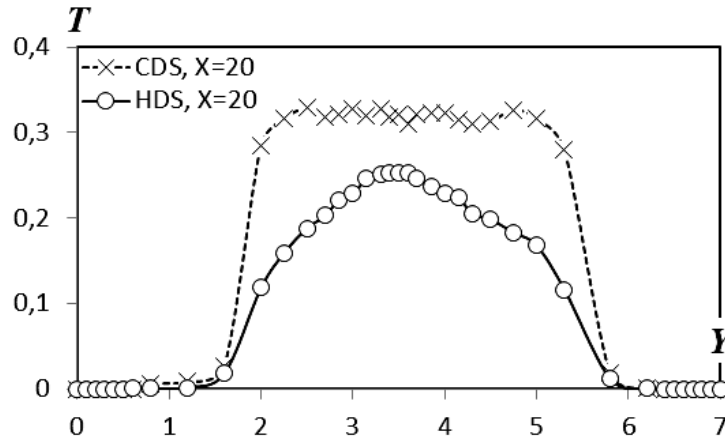
Gambar 4. Detail distribusi temperatur fluida di sekitar profil hasil simulasi dengan CDS.

Teramati ada 6 spot isothermal pada medan aliran di Gambar 3(a), dengan temperatur spot berbeda. Dari spot pertama dengan $T = 0,58$ pada koordinat domain $(X, Y) = (5, (3,5))$ yang berkurang secara gradual ke arah hilir hingga mencapai spot bertemperatur terendah $T = 0,26$ yang berlokasi paling jauh dari profil di $(14,4)$. Dilihat terhadap sumbu Y , lokasi spot tersebut berubah secara periodik dari posisi kemunculan pertamanya. Timbulnya spot temperatur di belakang profil pada simulasi dengan CDS di gambar 3(a) ini konsisten dengan pola aliran dalam Dey dan Das (2015), dan Khademinezhad dkk. (2015). Namun demikian, hasil tersebut tidak sama dalam jumlah, ukuran, serta frekwensi osilasi kemunculan spot. Distribusi temperatur aliran setelah disimulasi dengan skema HDS seperti pada gambar 3(b). Terlihat bahwa pola aliran di belakang profil lebih stabil tanpa adanya spot isothermal. Pola aliran juga relatif simetris terhadap garis tengah saluran, kecuali dalam daerah antara $X = 3$ sampai 7. Aliran berpola relatif simetris ini, adalah salah satu ciri khas aliran laminar. Hampir semua garis isothermal di bagian luar setelah profil relatif sangat lurus sampai ke ujung saluran di sisi keluar aliran. Transfer energi secara difusi terlihat tidak terjadi di seluruh penampang saluran, tetapi terkonsentrasi hanya pada rentang antara $Y = 2$ sampai 5. Diluar daerah itu, temperatur sangat rendah.

Kedua skema simulasi sama-sama memberikan hasil bahwa transport energi terjadi pada suatu rentang penampang yang hampir identik. Perbedaannya, adalah pada pola aliran yang terjadi. Perbedaan lainnya pada besar temperatur aliran fluida yang ditunjukkan dengan kurva isokontur temperatur kedua gambar. Garis isokontur temperatur terluar sisi atas dan bawah CDS pada gambar 3(a) sekitar 0,28, sedangkan pada HDS di gambar 3(b) sekitar 0,12. Diluar batas isokontur, temperatur relatif sangat rendah dengan nilai rata-rata yang tidak lebih dari 1% temperatur dinding profil sebesar $T = 1$.

Isokontur temperatur sekeliling permukaan profil juga berbeda. Di sekitar profil gambar 3(a) dengan detail di gambar 4, kontur terlihat lebih renggang dan ini menjadi salah satu indikasi intensitas difusi yang ditunjukkan lebih intens dibandingkan proses pendinginan yang pada gambar 3(b). Fluida

bertemperatur sekitar $T = 6,6$ ada sampai jarak sekitar 5,5 unit, atau hingga di lokasi $X = 7,5$ dalam arah arus ikut di gambar 3(a). Sedangkan pada gambar 3(b), temperatur $T = 6,6$ teramati hanya sampai daerah sekitar $X = 2,5$. Perbedaan ini dapat dipahami sebagai perbedaan laju transport energi dari profil ke fluida kedua regime aliran. Dalam istilah lain, nilai koefisien perpindahan panas konveksi kedua kasus terindikasi berbeda.



Gambar 5. Distribusi temperatur aliran fluida di penampang keluar saluran, yaitu di $X = 20$.

Garis alir kontur isothermal di dua sudut depan gambar 3(b) sangat bersesuaian secara grafis dengan hasil yang diperoleh Ambreen dan Kim (2018). Pola aliran juga terlihat identik bila dibandingkan dengan Dey dan Das (2015). Namun berbeda ketika dibandingkan dengan gambar 3(a). Dari pola detail di gambar 4 dapat dilihat bahwa garis-garis kontur bertemperatur tidak kurang dari $T = 0,28$ yang berpangkal dari dua sudut profil menjalar jauh ke arah *upstream* hingga sampai sisi masuk saluran. Hal ini menjadi catatan anomali tersendiri dalam hasil simulasi CDS.

Gambar 5 menunjukkan distribusi pada sisi keluar saluran di $X = 20$. Diluar daerah itu, temperatur relatif sangat rendah kecuali di beberapa tempat tertentu. Simulasi dengan CDS memberikan hasil bahwa distribusi temperatur fluida pada penampang keluar dari $Y = (0 \sim 7)$ mempunyai nilai rata-rata $T = 0,16$. Sedangkan dengan HDS, temperatur rata-rata sekitar $T = 0,11$. Terlihat dari pola distribusi temperatur, efek difusi sangat dominan hanya di rentang $Y = (1,5, \sim 5,5)$. Di daerah itu, temperatur fluida rata-rata CDS dan HDS berturut-turut adalah 0,35 dan 0,23.

Kalor Q yang mampu dibuang dalam proses pendinginan berkorelasi langsung dengan besarnya temperatur aliran fluida berdasarkan persamaan klasik termodinamika,

$$Q = \dot{m} c_p (T_{out} - T_{in}) \quad (6)$$

Pada kasus komputasi dengan CDS dan HDS ini, laju aliran massa dan fluida yang dipakai sama sehingga \dot{m} dan c_p keduanya sama. Karena itu, tersisa faktor pengaruh T_{out} saja yang menentukan besarnya kalor Q , karena T_{in} juga sama untuk kedua skema komputasi. Dengan menggunakan nilai temperatur rata-rata tak berdimensi fluida sepanjang penampang saluran, estimasi besarnya Q berdasarkan CDS lebih tinggi 5,5%.

Dua skema simulasi dalam tulisan ini memiliki rasio 6, yaitu rasio antara waktu komputasi terhadap jumlah iterasi. Jumlah iterasi menggunakan prosedur SIMPLE di tiap *timestep* adalah 100, dan waktu komputasi 600 kali dengan $\Delta t = 0,1$ detik. Simulasi Patel dan Markatos (1986) menggunakan berbagai skema, termasuk CDS dan HDS, menunjukkan bahwa konvergensinya hasil dipengaruhi secara signifikan oleh nilai rasio tersebut. Hasil umumnya adalah komputasi dengan HDS lebih cepat konvergen daripada CDS, berdasarkan perbandingan keduanya dengan perhitungan analitis. Sehingga menurut kriteria rasio, jika komputasi CDS dan HDS dilakukan dengan nilai rasio tertentu yang sama seperti pada tulisan ini, keluaran yang diperoleh dengan skema HDS lebih akurat.

4. KESIMPULAN

Pada domain, syarat awal, syarat batas, dan sejumlah parameter simulasi, komputasi dengan skema CDS dan HDS menunjukkan hasil yang wajar, kecuali di beberapa lokasi domain hasil CDS terlihat sangat bias yaitu distribusi temperatur di lokasi sebelum aliran fluida berinteraksi dengan profil persegi. Pola distribusi temperatur dari skema HDS bersesuaian dengan simulasi dalam beberapa publikasi. Selain itu, hasil simulasi dengan HDS lebih konvergen.

UCAPAN TERIMAKASIH

Diucapkan terimakasih khusus kepada bapak Tri Agung Rohmat, JTMI-UGM terkait ketersediaan program induk yang dipakai untuk keperluan simulasi dalam tulisan ini.

DAFTAR PUSTAKA

- Ambreen T., Kim M.H., 2018, Flow and heat transfer characteristics over a square cylinder with corner modifications, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 117, 50–57.
- Ates A., Altun O., Kilicman A., 2017, On a comparison of numerical solution methods for general transport equation on cylindrical coordinates, *Journal of Applied Mathematics & Information Sciences*, 11(2), 433-439.
- Dey P., Das A.K., 2015, Numerical analysis of drag and lift reduction of square cylinder, *Engineering Science and Technology, an International Journal*, 18, 758 - 768.
- Jamal M.H.M., Azmi A. M., 2018, Flow past two interlocking squares cylinder at low reynolds number, *Journal of Advanced Research in Fluid Mechanics and Thermal Sciences*, 44(1), 140-148.
- Khademinezhad T., Talebizadeh P., Rahimzadeh H., 2015, Numerical study of unsteady flow around a square cylinder in compare with circular cylinder, *Conference Paper*
<https://www.researchgate.net/publication/272416018>
- Kaushik A., 2016, Critical evaluation of four differencing schemes for a steady convection-diffusion problem, *Research Journal of Mathematical and Statistical Sciences*, 4(2), 6-12.
- Patankar S.V., 1980, *Numerical heat transfer and fluid flow*, Hemisphere Publishing Co.
- Patel M.K., Markatos N.C. 1986, An evaluation of eight discretisation schemes for two dimensional convection-diffusion equations, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 6, 129-154.
- Versteeg H.K., Malalasekera W., 2007, *An introduction to computational fluid dynamics - The finite volume method*, Second Edition, Pearson Education Limited.